

# **Introdução a Programação Funcional com Haskell**

---

Fabrcio Olivetti de Franca, Emlio Francesquini

29 de Setembro de 2018

# Compreensão de Listas

## Definindo conjuntos na matemática

Na matemática, quando falamos em conjuntos, definimos da seguinte forma:

$$\{x^2 \mid x \in \{1..5\}\}$$

que é lido como *x ao quadrado para todo x do conjunto de um a cinco*.

No Haskell podemos utilizar uma sintaxe parecida:

```
> [x^2 | x <- [1..5]]  
[1,4,9,16,25]
```

que é lido como *x ao quadrado tal que x vem da lista de valores de um a cinco.*

A expressão `x <- [1..5]` é chamada de **expressão geradora**, pois ela gera valores na sequência conforme eles forem requisitados.

Outros exemplos:

```
> [toLower c | c <- "OLA MUNDO"]
```

```
"ola mundo"
```

```
> [(x, even x) | x <- [1,2,3]]
```

```
[(1, False), (2, True), (3, False)]
```

Podemos combinar mais do que um gerador e, nesse caso, geramos uma lista da combinação dos valores deles:

```
>[(x,y) | x <- [1..4], y <- [4..5]]  
[(1,4),(1,5),(2,4),(2,5),(3,4),(3,5),(4,4),(4,5)]
```

Se invertermos a ordem dos geradores, geramos a mesma lista mas em ordem diferente:

```
> [(x,y) | y <- [4..5], x <- [1..4]]  
[(1,4),(2,4),(3,4),(4,4),(1,5),(2,5),(3,5),(4,5)]
```

Isso é equivalente a um laço for encadeado!

Um gerador pode depender do valor gerado pelo gerador anterior:

```
> [(i,j) | i <- [1..5], j <- [i+1..5]]  
[(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(2,3),(2,4),(2,5),  
 (3,4),(3,5),(4,5)]
```



Equivalente a:

```
for (i=1; i<=5; i++) {  
    for (j=i+1; j<=5; j++) {  
        // faça algo  
    }  
}
```

## Exemplo: concat

A função `concat` transforma uma lista de listas em uma lista única concatenada (conhecido em outras linguagens como `flatten`):

```
> concat [[1,2],[3,4]]  
[1,2,3,4]
```

Ela pode ser definida utilizando compreensão de listas:

```
meuConcat xss = [x | xs <- xss, x <- xs]
```

## Exercício: length

Defina a função `meuLength` utilizando compreensão de listas! Dica, você pode somar uma lista de 1s do mesmo tamanho da sua lista.

Nas compreensões de lista podemos utilizar o conceito de **guardas** para filtrar o conteúdo dos geradores condicionalmente:

```
> [x | x <- [1..10], even x]  
[2,4,6,8,10]
```

Vamos criar uma função chamada `divisores` que retorna uma lista de todos os divisores de `n`.

```
divisores :: Int -> [Int]
divisores n = [x | x <- [1..n], n `mod` x == 0]
```

```
> divisores 15  
[1,3,5,15]
```

Utilizando a função `divisores` podemos definir a função `primo` que retorna `True` se um certo número é primo:

```
primo :: Int -> Bool
primo n = divisores n == [1,n]
```



Note que para determinar se um número não é primo a função `primo` **não** vai gerar **todos** os divisores de `n`.

Por ser uma avaliação preguiçosa ela irá parar na primeira comparação que resultar em `False`:

```
primo 10 => 1 : _ == 1 : 10 : [] (1 == 1)
          => 1 : 2 : _ == 1 : 10 : [] (2 /= 10)
          False
```

Com a função `primo` podemos gerar a lista dos primos dentro de uma faixa de valores:

```
primos :: Int -> [Int]
primos n = [x | x <- [1..n], primo x]
```

Podemos gerar também a lista com **TODOS** os números primos:

```
todosPrimos :: [Int]
```

```
todosPrimos = [x | x <- [1..], primo x]
```

Melhore o desempenho do código sabendo que todos os números primos (exceto 2 e 3) são da forma  $6k + 1$  ou  $6k - 1$ .

## A função zip

A função zip junta duas listas retornando uma lista de pares:

```
> zip [1,2,3] [4,5,6]  
[(1,4),(2,5),(3,6)]
```

```
> zip [1,2,3] ['a', 'b', 'c']  
[(1,'a'),(2,'b'),(3,'c')]
```

```
> zip [1,2,3] ['a', 'b', 'c', 'd']  
[(1,'a'),(2,'b'),(3,'c')]
```

## A função zipWith

A função `zipWith` junta duas listas. A maneira pela qual a combinação dos elementos é efetuada é dada pela função recebida como parâmetro.

```
zipWith :: (a -> b -> c) -> [a] -> [b] -> [c]
```

A função `zip` vista anteriormente poderia ser reescrita como:

```
meuZip xs ys = zipWith (\x y -> (x, y)) xs ys
```

Ou mais simplesmente:

```
meuZip = zipWith (\x y -> (x, y))
```

## Exemplo: A sequência de Fibonacci

Para obter-se o  $n$ -ésimo elemento da sequência de Fibonacci (1, 1, 2, 3, 5, ...) podemos utilizar a seguinte fórmula  $F_n = F_{n-2} + F_{n-1}$ , com  $n > 1$ ,  $F_0 = 1$ ,  $F_1 = 2$ .

Podemos enxergar a sequência assim:

```
  1  1  2  3  5  8  ...
+   1  1  2  3  5  ...
-----
  1  2  3  5  8 13  ...
```

Como utilizar essa característica para fazer uma implementação funcional elegante?

## Exemplo: A sequência de Fibonacci

```
  1  1  2  3  5  8  ...
+   1  1  2  3  5  ...
-----
  1  2  3  5  8 13  ...
```

A segunda parcela pode ser pensada como sendo própria lista com um 0 na frente.

- 1) Suponha que a lista já existe.
- 2) Utilize-a para definir a própria lista. (Definição recursiva)
- 3) Combine os elementos utilizando a soma.

```
fibs :: [Integer]
```

```
fibs = 1:(zipWith (+) fibs (0:fibs))
```

**Só funciona pois Haskell é preguiçoso!**



# Recursão

A recursividade permite expressar ideias declarativas.

```
fatorial :: Integer -> Integer
fatorial 0 = 1
fatorial 1 = 1
fatorial n = n * fatorial (n-1)
```

O Haskell avalia as expressões por substituição:

```
> fatorial 4
=> 4 * fatorial 3
=> 4 * (3 * fatorial 2)
=> 4 * (3 * (2 * fatorial 1))
=> 4 * (3 * (2 * 1))
=> 4 * (3 * 2)
=> 4 * 6
=> 24
```

Ao contrário de outras linguagens, ela não armazena o estado da chamada recursiva em uma pilha, o que evita o estouro da pilha.

A pilha recursiva do Haskell é a expressão armazenada, ele mantém uma pilha de expressão com a expressão atual. Essa pilha aumenta conforme a expressão expande, e diminui conforme uma operação é avaliada.

Mesmo no Haskell é importante utilizar sempre que possível a recursão caudal:

```
fatorial :: Integer -> Integer
fatorial 0 = 1
fatorial 1 = 1
fatorial n = fatorial' n 1
  where fatorial' 0 r = r
        fatorial' n r = fatorial' (n-1) (r*n)
```

```
> fatorial 4
=> fatorial' 4 1
=> fatorial' 3 (1*4)
=> fatorial' 2 (1*4*3)
=> fatorial' 1 (1*4*3*2)
=> fatorial' 0 (1*4*3*2*1)
=> (1*4*3*2*1)
=> 24
```

Em alguns casos o retorno da função recursiva é a chamada dela mesma em múltiplas instâncias:

```
fib :: Int -> Int
fib 0 = 1
fib 1 = 1
fib n = fib (n-1) + fib (n-2)
```

## **Recursão em Listas**



Quais padrões podemos capturar em uma lista?

Quais padrões podemos capturar em uma lista?

- Lista vazia: `[]`
- Lista com um elemento: `(x : [])`
- Lista com um elemento seguido de vários outros: `(x : xs)`

E qualquer um deles pode ser substituído pelo *não importa* `_`.

Podemos também fazer chamadas recursivas em listas, de tal forma a trabalhar com apenas parte dos elementos em cada chamada:

```
sum :: Num a => [a] -> a
```

```
sum [] = 0
```

```
sum ns = ???
```

Podemos também fazer chamadas recursivas em listas, de tal forma a trabalhar com apenas parte dos elementos em cada chamada:

```
sum :: Num a => [a] -> a
```

```
sum [] = 0
```

```
sum (n:ns) = n + sum ns
```

Como ficaria a função `product` baseado na função `sum`:

```
product :: Num a => [a] -> a
```

```
product [] = 0
```

```
product (n:ns) = n + sum ns
```

Como ficaria a função `product` baseado na função `sum`:

```
product :: Num a => [a] -> a
product []      = 1
product (n:ns) = n * product ns
```

E a função `length`?

```
length :: Num a => [a] -> a
```

```
length [] = 0
```

```
length (n:ns) = n + sum ns
```

E a função `length`?

```
length :: [a] -> Int
```

```
length [] = 0
```

```
length (n:ns) = 1 + length ns
```



## Exercício

Complete a função `qsort` que implementa o algoritmo Quicksort:

```
qsort :: Ord a => [a] -> [a]
qsort []      = []
qsort (x:xs) = qsort menores ++ [x] ++ qsort maiores
  where
    menores = [a | ???]
    maiores = [b | ???]
```

## **Funções de alta ordem**

As funções que recebem uma ou mais funções como argumento, ou que retornam uma função são denominadas **Funções de alta ordem** (*high order functions*).

O uso de funções de alta ordem permitem aumentar a expressividade do Haskell quando confrontamos padrões recorrentes.

Considere o padrão de código:

```
[f x | x <- xs]
```

que utilizamos para gerar uma lista de números ao quadrado, somar um aos elementos de uma lista, etc.

Podemos definir a função map como:

```
map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
```

```
map f xs = [f x | x <- xs]
```

Uma função que transforma uma lista do tipo a para o tipo b utilizando uma função  $f :: a \rightarrow b$ .

Com isso temos uma visão mais clara das transformações feitas em listas:

```
> map (+1) [1,2,3]
[2,3,4]
```

```
> map even [1,2,3]
[False, True, False]
```

```
> map reverse ["ola", "mundo"]
["alo", "odnum"]
```

## Observações sobre o map

- Ela é um tipo genérico, recebe qualquer tipo de lista
- Ela pode ser aplicada a ela mesma, ou seja, aplicável em listas de listas:

```
> map (map (+1)) [[1,2],[3,4]]  
=> [ map (+1) xs | xs <- [[1,2],[3,4]] ]  
=> [ [x+1 | x <- xs] | xs <- [[1,2],[3,4]] ]
```

Outro padrão recorrente observado é a filtragem de elementos utilizando guards nas listas:

```
> [x | x <- [1..10], even x]  
[2,4,6,8,10]
```

```
> [x | x <- [1..10], primo x]  
[2,3,5,7]
```



Podemos definir a função de alta ordem `filter` da seguinte forma:

```
filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]
filter p xs = [x | x <- xs, p x]
```

`filter` retorna uma lista de todos os valores cujo o predicado `p` de `x` retorna `True`.

Reescrevendo os exemplos anteriores:

```
> filter even [1..10]
```

```
[2,4,6,8,10]
```

```
> filter (>5) [1..10]
```

```
[6,7,8,9,10]
```

Podemos usar as funções `map` e `filter` na sequência:

```
somaQuadPares :: [Int] -> Int
```

```
somaQuadPares ns = sum [n^2 | n <- ns, even n]
```

```
somaQuadPares :: [Int] -> Int
```

```
somaQuadPares ns = sum (map (^2) (filter even ns))
```

## Operador pipe

Para aumentar a legibilidade utilizamos o operador \$ para separar as aplicações das funções e remover os parênteses:

```
somaQuadPares :: [Int] -> Int
somaQuadPares ns = sum
                    $ map (^2)
                    $ filter even ns
```

A execução é de baixo para cima.

Considerem as funções recursivas:

```
sum [] = 0
```

```
sum (x:xs) = x + sum xs
```

```
product [] = 1
```

```
product (x:xs) = x * product xs
```

```
length [] = 0
```

```
length (_:xs) = 1 + length xs
```

Podemos generalizar essas funções da seguinte forma:

$$f [] = v$$

$$f (x:xs) = g x (f xs)$$

Essa funções é chamada de foldr:

```
foldr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b
```

```
foldr f v [] = v
```

```
foldr f v (x:xs) = f x (foldr f v xs)
```

Pense nessa lista não-recursivamente a partir da definição de listas:

`a1 : (a2 : (a3 : []))`



Trocando `:` pela função `f` e `[]` pelo valor `v`:

```
a1 `f` (a2 `f` (a3 `f` v))
```

Ou seja:

```
foldr (+) 0 [1,2,3]
```

se torna:

```
1 + (2 + (3 + 0))
```

Que é nossa função sum:

```
sum xs = foldr (+) 0 xs
```

Defina `product` utilizando `foldr`.

Um outro padrão de dobra é dado pela função foldl:

```
foldl :: (a -> b -> a) -> a -> [b] -> a
```

```
foldl f v [] = v
```

```
foldl f v (x:xs) = foldl f (f v x) xs
```

Da mesma forma podemos pensar em foldl não recursivamente invertendo a lista:

```
1 : (2 : (3 : []))  
=> (([] : 1) : 2) : 3  
=> ((0 + 1) + 2) + 3
```

Quando  $f$  é associativo, ou seja, os parênteses não fazem diferença, a aplicação de `foldr` e `foldl` não se altera:

```
sum = foldl (+) 0
```

```
product = foldl (*) 1
```

Uma regra do *dedão* para trabalharmos por enquanto é:

- Se a lista passada como argumento é infinita, use `foldr`
- Se o operador utilizado pode gerar curto-circuito, use `foldr`
- Se a lista é finita e o operador não irá gerar curto-circuito, use `foldl`
- Se faz sentido trabalhar com a lista invertida, use `foldl`

(na verdade, ao invés de `foldl` devemos utilizar `foldl'` que é a versão não preguiçosa).



## Exercício

Dadas as funções `dobra` e `somaUm` aplique-as em sequência na lista `[1..10]` utilizando `map`:

```
dobra :: Num a => a -> a
```

```
dobra x = 2*x
```

```
somaUm :: Num a => a -> a
```

```
somaUm x = x + 1
```

Podemos criar a composição de funções utilizando o operador (.):

$(.) :: (b \rightarrow c) \rightarrow (a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow c)$

$f \cdot g = \lambda x \rightarrow f (g x)$

Com isso evitamos sequências de map ou filter:

```
map (somaUm . dobra) [1..10]
```

## **Definindo novos tipos**

A definição de novos tipos de dados, além dos tipos primitivos, permite manter a legibilidade do código e facilita a organização de seu programa.

A forma mais simples de definir um novo tipo é criando *apelidos* para tipos existentes:

```
type String = [Char]
```

(equivalente ao #typedef do C)

## Declaração de tipo

Todo nome de tipo deve começar com uma letra maiúscula. As definições de tipo podem ser encadeadas!

Suponha a definição de um tipo que armazena uma coordenada e queremos definir um tipo de função que transforma uma coordenada em outra:

```
type Coord = (Int, Int)
```

```
type Trans = Coord -> Coord
```

## Declaração de tipo

A declaração de tipos pode conter variáveis de tipo:

```
type Pair a = (a, a)
```

```
type Assoc k v = [(k,v)]
```



## Declaração de tipo

Com isso podemos definir funções utilizando esses tipos:

```
find :: Eq k => k -> Assoc k v -> v  
find k dict = head [v | (k',v) <- dict, k == k']
```

```
> find 2 [(1,3), (5,4), (2,3), (1,1)]  
3
```

## **Tipos de Datos Algébricos**

- Tipos completamente novos.
- Pode conter tipos primitivos.
- Permite expressividade.
- Permite checagem em tempo de compilação

Tipo soma:

```
data Bool = True | False
```

- data: declara que é um novo tipo
- Bool: nome do tipo
- True | False: poder assumir ou True ou False

Vamos criar um tipo que define a direção que quero andar:

```
data Dir = Norte | Sul | Leste | Oeste
```

## Exemplo

Com isso podemos criar a função para:

```
data Dir = Norte | Sul | Leste | Oeste
```

```
para :: Dir -> Coord -> Coord
```

```
para Norte (x,y) = (x,y+1)
```

```
para Sul    (x,y) = (x,y-1)
```

```
para Leste (x,y) = (x+1,y)
```

```
para Oeste (x,y) = (x-1,y)
```

Tipo produto:

```
data Ponto = Ponto Double Double
```

- data: declara que é um novo tipo
- Ponto: nome do tipo
- Ponto: construtor (ou envelope)
- Double Double: tipos que ele encapsula

Para ser possível imprimir esse tipo:

```
data Ponto = Ponto Double Double
           deriving (Show)
```

- deriving: derivado de outra classe
- Show: tipo imprimível

Isso faz com que o Haskell crie automaticamente uma instância da função *show* para esse tipo de dado.



Para usá-lo em uma função devemos sempre envelopar a variável com o construtor.

```
dist :: Ponto -> Ponto -> Double
```

```
dist (Ponto x y) (Ponto x' y') = sqrt  
                                  $ (x-x')^2 + (y-y')^2
```

```
> dist (Ponto 1 2) (Ponto 1 1)  
1.0
```

Podemos misturar os tipos soma e produto:

```
data Forma = Circunferencia Ponto Double  
          | Retangulo Ponto Double Double
```

Circunferencia e Retangulo são funções construtoras:

```
> :t Circunferencia
```

```
Circunferencia :: Ponto -> Double -> Forma
```

```
> :t Retangulo
```

```
Retangulo :: Ponto -> Double -> Double -> Forma
```

Uma possível função área seria:

```
area :: Forma -> Double
```

```
area (Circunferencia p r) = pi*r^2
```

```
area (Retangulo p l a)    = l*a
```

Também podemos declarar os tipos produtos em um formato de registros, ou **record types**:

```
data Contato = Contato { nome :: String, telefone :: String }  
  deriving Show
```

## Tipos Registros

Com isso ganhamos de brinde funções do tipo *getter* e *setter*:

```
formataContato :: Contato -> String
```

```
formataContato c = (nome c) ++ " - " ++ (telefone c)
```

```
atualizaContato :: Contato -> String -> Contato
```

```
atualizaContato c t = c {telefone = t}
```

```
contato = Contato "Maria" "9999-9999"
```

```
main = do
```

```
  print (formataContato contato)
```

```
  print (formataContato $ atualizaContato contato "8888-8888")
```

As declarações de tipos também podem ser parametrizados, considere o tipo Maybe:

```
data Maybe a = Nothing | Just a
```

A declaração indica que um tipo Maybe a pode não ser nada ou pode ser apenas o valor de um tipo a.

## Maybe

Esse tipo pode ser utilizado para ter um melhor controle sobre erros e exceções:

```
-- talvez a divisão retorne um Int
safeDiv :: Int -> Int -> Maybe Int
safeDiv _ 0 = Nothing
safeDiv m n = Just (m `div` n)
```

```
safeHead :: [a] -> Maybe a
safeHead [] = Nothing
safeHead xs = Just (head xs)
```



Esos erros podem ser capturados com a expressão case:

```
divComErro :: Int -> Int -> Int
```

```
divComErro m n = case (safeDiv m n) of  
    Nothing -> error "divisão por 0"  
    Just x   -> x
```

Uma terceira forma de criar um novo tipo é com a função `newtype`, que serve de intermediário entre `type` e `data`:

```
newtype MinhaString = S [Char]
```

A diferença entre `type` e `newtype` é que o primeiro é um sinônimo, enquanto o segundo define efetivamente um novo tipo:

```
f1 :: String -> Int
```

```
f1 s = length s
```

```
f2 :: MinhaString -> Int
```

```
f2 (S s) = length s
```

A diferença entre `type` e `newtype` é que o primeiro é um sinônimo, enquanto o segundo define efetivamente um novo tipo:

```
ghci> let x = "abc" :: [Char]
```

```
ghci> f1 x
```

```
3
```

```
ghci> f2 x
```

```
Error!
```

```
ghci> f2 (S "abc")
```

```
3
```

# Tipos Recursivos

# Árvore Binária

Um exemplo de tipo recursivo é a árvore binária, que pode ser definida como:

```
data Tree a = Leaf a | Node (Tree a) a (Tree a)
```

ou seja, ou é um nó folha contendo um valor do tipo *a*, ou é um nó contendo uma árvore à esquerda, um valor do tipo *a* no meio e uma árvore à direita.

## Árvore Binária

Podemos definir uma função `contem` que indica se um elemento `x` está contido em uma árvore `t`:

```
contem :: Eq a => Tree a -> a -> Bool
contem (Leaf y) x      = x == y
contem (Node l y r) x = x == y || l `contem` x
                        || r `contem` x
```

```
> t `contem` 5
```

```
True
```

```
> t `contem` 0
```

```
False
```

# Classes de Tipo



Classes de tipo são classes que definem grupos de tipos que devem conter algumas funções especificadas.

Para criar um novo tipo utilizamos a função `class`:

```
class Eq a where  
  (==), (/=) :: a -> a -> Bool
```

```
x /= y = not (x == y)
```

Essa declaração diz: *para um tipo a pertencer a classe Eq deve existir uma implementação das funções (==) e (/=).*

```
class Eq a where
```

```
  (==), (/=) :: a -> a -> Bool
```

```
  x /= y = not (x == y)
```

Além disso, ela já define uma definição padrão da função (`/=`), então basta definir (`==`).

```
class Eq a where
  (==), (/=) :: a -> a -> Bool

  x /= y = not (x == y)
```

Para definirmos uma nova **instância** de uma classe basta declarar:

```
instance Eq Bool where
  False == False = True
  True  == True   = True
  _     == _      = False
```

Apenas tipos definidos por `data` e `newtype` podem ser instâncias de alguma classe.

## Classes de Tipo

Uma classe pode estender outra para formar uma nova classe.

Considere a classe Ord:

```
class Eq a => Ord a where
  (<), (<=), (>), (>=) :: a -> a -> Bool
  min, max           :: a -> a -> a
```

```
min x y | x <= y    = x
        | otherwise = y
```

```
max x y | x <= y    = y
        | otherwise = x
```

Ou seja, antes de ser uma instância de Ord, o tipo deve ser **também** instância de Eq.

Lembrando:

- **Tipo:** coleção de valores relacionados.
- **Classe:** coleção de tipos que suportam certas funções ou operadores.
- **Métodos:** funções requisitos de uma classe.

- **Eq:** relação de igualdade.
- **Ord:** relação de ordem.
- **Show:** transformar um tipo em String.
- **Read:** transformar uma String em outro tipo (parsing).
- **Enum:** deriva um tipo enumerativo que tem sucessor e predecessor.



- **Num:** classe numérica.
- **Integral:** classe dos inteiros.
- **Floating:** classe dos números em ponto flutuante.

No ghci, o comando `:info` mostra informações sobre os tipos e as classes de tipo:

```
> :info Integral
class (Real a, Enum a) => Integral a where
  quot :: a -> a -> a
  rem  :: a -> a -> a
  div  :: a -> a -> a
  mod  :: a -> a -> a
  quotRem :: a -> a -> (a, a)
  divMod  :: a -> a -> (a, a)
  toInteger :: a -> Integer
{-# MINIMAL quotRem, toInteger #-}
```

No ghci, o comando `:info` mostra informações sobre os tipos e as classes de tipo:

```
> :info Bool
data Bool = False | True    -- Defined in 'GHC.Types'
instance Eq Bool -- Defined in 'GHC.Classes'
instance Ord Bool -- Defined in 'GHC.Classes'
instance Show Bool -- Defined in 'GHC.Show'
instance Read Bool -- Defined in 'GHC.Read'
instance Enum Bool -- Defined in 'GHC.Enum'
instance Bounded Bool -- Defined in 'GHC.Enum'
```

Em muitos casos o Haskell consegue inferir as instâncias das classes mais comuns, nesses casos basta utilizar a palavra-chave `deriving` ao definir um novo tipo:

```
data Bool = False | True
          deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

Vamos definir uma instância de Ord para o seguinte tipo:

```
data Dia = Dom | Seg | Ter | Qua | Qui | Sex | Sab
         deriving (Show, Eq)
```

## Instância de Enum

```
> :info Enum
class Enum a where
  succ :: a -> a
  pred :: a -> a
  toEnum :: Int -> a
  fromEnum :: a -> Int
  enumFrom :: a -> [a]
  enumFromThen :: a -> a -> [a]
  enumFromTo :: a -> a -> [a]
  enumFromThenTo :: a -> a -> a -> [a]
  {-# MINIMAL toEnum, fromEnum #-}
      -- Defined in 'GHC.Enum'
...

```

...

```
-- Defined at /tmp/teste/teste/src/Main.hs:21:10
```

```
instance Enum Word -- Defined in 'GHC.Enum'
```

```
instance Enum Ordering -- Defined in 'GHC.Enum'
```

```
instance Enum Integer -- Defined in 'GHC.Enum'
```

```
instance Enum Int -- Defined in 'GHC.Enum'
```

```
instance Enum Char -- Defined in 'GHC.Enum'
```

```
instance Enum Bool -- Defined in 'GHC.Enum'
```

```
instance Enum () -- Defined in 'GHC.Enum'
```

```
instance Enum Float -- Defined in 'GHC.Float'
```

```
instance Enum Double -- Defined in 'GHC.Float'
```

## Instância de Enum para Dia

Precisamos definir toEnum e fromEnum:

```
indicesDias :: [(Dia, Int)]
```

```
indicesDias = [  
    (Dom, 0), (Seg, 1), (Ter, 2), (Qua, 3)  
    , (Qui, 4), (Sex, 5), (Sab, 6)]
```

```
instance Enum Dia where
```

```
fromEnum d = head [i |(d', i) <- indicesDias, d' == d]
```

```
toEnum i = dia
```

```
  where
```

```
    (dia, _) = indicesDias !! i
```



Agora podemos fazer coisas como:

```
> [Seg .. Sex]
```

```
[Seg, Ter, Qua, Qui, Sex]
```

```
> succ Sex
```

```
Sab
```

Também podemos gerar a lista dos dias da semana com:

```
> enumFrom Seg
```

```
[Seg, Ter, Qua, Qui, Sex, Sab, *** Exception: Prelude.!!: index too large
```

Ops!

Torne o tipo `Dia` que criamos membro da classe de tipos `Bounded`. Veja a definição desta classe abaixo:

```
> :info Bounded
class Bounded a where
  minBound :: a
  maxBound :: a
  {-# MINIMAL minBound, maxBound #-}
  ...
```

```
instance Enum Dia where
```

```
...
```

```
enumFrom d =
```

```
  map toEnum [fromEnum d .. fromEnum(maxBound :: Dia)]
```

E então:

```
> [Seg ..]
```

```
[Seg, Ter, Qua, Qui, Sex, Sab]
```

Com o nosso tipo `Dia` sendo parte da classe de tipos `Enum`, fica fácil criar uma instância `Ord` (que só necessita da definição de `<=`):

```
instance Ord Dia where  
  (<=) a b = fromEnum a <= fromEnum b
```