

NHT3064-15- Física Ondulatória (2.2017)

Prof. Herculano Martinho

1ª Lista de exercícios

1. Considere um vetor z definido por $z = z_1 \cdot z_2$, onde $z_1 = a + jb$ e $z_2 = c + jd$.

a) Mostre que o comprimento de z é o produto dos comprimentos de z_1 e z_2 .

b) Mostre que o ângulo entre z e o eixo x é a soma dos ângulos compreendidos por z_1 e z_2 , separadamente.

2. Se $z = Ae^{j\theta}$, deduza que $dz = jz d\theta$ e explique o significado desta relação em um diagrama vetorial.

3. Verifique que a equação diferencial $\frac{d^2 y}{dx^2} = -k^2 y$ tem como solução $y = A \cos(kx) + B \sin(kx)$,

onde A e B são constantes arbitrárias. Mostre também que esta solução pode ser escrita na forma

$$y = C \cos(kx + \alpha) = C \Re[e^{j(kx + \alpha)}] = \Re[Ce^{j\alpha} e^{jkx}]$$

e expresse C e α em função de A e B .

4. Uma massa conectada à uma mola oscila com amplitude 5 cm à frequência de 1 Hz. Em $t=0$ a massa está em sua posição de equilíbrio $x=0$.

a) Encontre as possíveis equações descrevendo a posição da massa em função do tempo, na forma $x = A \cos(\omega t + \alpha)$, encontrando os valores de A , ω , α .

b) Quais são os valores de x , $\frac{dx}{dt}$, $\frac{d^2 x}{dt^2}$ em $t = \frac{8}{3}$ s?

5. Expresse as vibrações abaixo em notação complexa $z = \Re[Ae^{j(\omega t + \alpha)}]$:

a) $z = \sin(\omega t) + \cos(\omega t)$ b) $z = \cos(\omega t - \frac{\pi}{3}) - \cos(\omega t)$

6. Uma partícula está simultaneamente sujeita à 3 MHSs, de mesma frequência e na direção x . Se as amplitudes são 0,25; 0,20 e 0,15 mm, respectivamente e a diferença de fase entre o primeiro e o segundo é 45°, e entre o segundo e o terceiro é 30°, encontre a amplitude do deslocamento resultante e a sua fase relativa ao primeiro.

7. Duas vibrações ao longo da mesma direção são descritas pelas equações

$$y_1 = A \cos(10 \pi t)$$

$$y_2 = A \cos(12 \pi t)$$

Encontre o período do batimento, e desenhe um cuidadoso gráfico da perturbação sobre um período de batimento.

8. Encontre a frequência do movimento combinado de cada uma das vibrações seguintes:

a) $\sin(2\pi t - \sqrt{2}) + \cos(2\pi t)$ b) $\sin(12\pi t) + \cos(13\pi t - \frac{\pi}{4})$ c) $\sin(3t) - \cos(\pi t)$

9. Uma partícula descreve um movimento circular uniforme de raio 2 cm. A aceleração centrípeta da partícula vale 18 cm/s^2 . Considere um sistema de coordenadas Oxy com a origem no centro da circunferência. Para $t = 0$ o ângulo formado entre o eixo Ox e o vetor posição da partícula é nulo.

(a) Escreva a equação do deslocamento em função do tempo para o MHS que ocorre no eixo Ox .

(b) Escreva a equação do deslocamento em função do tempo para o MHS que ocorre no eixo Oy .

NHT3064-15- Física Ondulatória (2.2017)

Prof. Herculano Martinho

1ª Lista de exercícios

- (c) Determine a frequência, o período, a amplitude e a frequência angular destes movimentos.
(d) Descreva o movimento em termos de fasores e usando a notação complexa.

10. Um objeto está executando movimento harmônico simples com uma frequência de 5 Hz. Em $t = 0$ sua posição é $x(0) = 10$ cm e sua velocidade é $v(0) = -314$ cm/s.

(a) Use a informação dada para obter uma expressão analítica para o deslocamento $x(t)$, para a velocidade $v(t)$ e para a aceleração $a(t)$ do objeto.

(b) Exprima o deslocamento na forma $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$. Assim determine os valores de A e φ apropriados para a informação dada.

(c) Exprima o deslocamento na notação complexa e num diagrama fasorial.

(d) Ache os valores máximos do deslocamento, da velocidade e da aceleração do objeto.

11. A função $x = (6,0 \text{ m}) \cos[(3\pi \text{ rad/s})t + \pi/3 \text{ rad}]$ descreve o movimento harmônico simples de um corpo. Em $t = 2,0$ s quais são: (a) o deslocamento, (b) a velocidade, (c) a aceleração e (d) a fase do movimento? Quais são também (e) a frequência e (f) o período do movimento?

12. Use a fórmula de Euler e as regras para o cálculo de números complexos para calcular $\cos(\alpha+\beta)$, $\sin(\alpha+\beta)$, $\cos(2\alpha)$, $\sin(2\alpha)$ em função de $\cos(\alpha)$ e $\sin(\alpha)$.

13. Ache o movimento resultante de dois movimentos harmônicos simples na mesma direção dados por $x_1(t)=\cos(\omega t-\pi/6)$ e $x_2(t)=\sin(\omega t)$. Represente graficamente os respectivos vetores girantes.