

PROVA 2 – ÓPTICA Noturno (1.2018)
Prof. Herculano Martinho

Questão 1. A amplitude do campo elétrico associado a uma onda luminosa harmônica, plana e polarizada é

$$\vec{E} = E_0 \left(\hat{e}_x + \frac{e^{i\frac{\pi}{2}}}{\sqrt{2}} \hat{e}_y \right) e^{i[\pi 10^{15} (t - \frac{x}{0,65c})]}$$

no interior de um vidro. Detemine: a) a frequência da luz; b) o seu comprimento de onda; c) o índice de refração do vidro; d) o seu estado de polarização. [3.0 pontos]

Resolução:

O campo elétrico associado à onda eletromagnética é dada por $E = E_0 e^{i(\omega t - kx)}$.

Identificando os termos, teremos:

$$\text{frequência angular } \omega = \pi 10^5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \rightarrow \nu = \omega / 2\pi = 50 \text{ kHz} \quad (\text{a})$$

$$\text{vetor de onda } k = 2\pi / \lambda_n = \pi 10^5 / 0,65c \rightarrow \lambda_n = 1,3010^{-5} c \quad (\text{b})$$

comprimento de onda $\lambda_0 / \lambda_n = n / n_0$,

$$\text{como } \lambda_0 = c / \nu \rightarrow n = cn_0 / \nu \lambda_n \rightarrow n = \frac{c}{5 \cdot 10^4 \cdot 1,30 \cdot 10^{-5} c} = \frac{1}{0,65} = \frac{20}{13} = 1,53 \quad (\text{c})$$

(d) A onda propaga-se ao longo do sentido positivo do eixo x. Como a componente y está defasada de $+\pi/2$ em relação ao componente x e seus módulos são distintos, a polarização é elíptica direita.

Questão 2. Uma cubeta contendo uma solução de um açúcar opticamente ativo possui matriz de Jones dada por

$$\frac{1}{(2\sqrt{2})} \begin{bmatrix} 1+\sqrt{3} & -1+\sqrt{3} \\ 1-\sqrt{3} & 1+\sqrt{3} \end{bmatrix}$$

a) Determine a polarização da luz emergente se o feixe incidente é um estado de

$$P = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

polarização horizontal.

c) Detemine o ângulo de rotação produzido pelo material.

d) Escreva a amplitude do campo elétrico da luz emergente em notação exponencial.

e) Obtenha a média temporal do vetor de Poynting para as componentes horizontal e vertical da luz emergente,

f) Calcule a média temporal do vetor de Poynting para a onda emergente total, interpretando o resultado de acordo o obtido em e). [3.5 pontos]

Resolução:

$$\text{a) O feixe emergente será dado por } \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \frac{1}{(2\sqrt{2})} \begin{bmatrix} 1+\sqrt{3} & -1+\sqrt{3} \\ 1-\sqrt{3} & 1+\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{(2\sqrt{2})} \begin{bmatrix} 1+\sqrt{3} \\ 1-\sqrt{3} \end{bmatrix},$$

que corresponde à um estado de polarização linear.

$$\phi = \arctan\left(\frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}\right) = -15^\circ$$

c) A rotação será dada pelo ângulo de polarização do feixe emergente que é

$$\vec{E} = \frac{1}{2\sqrt{2}}[(1+\sqrt{3})\hat{e}_x + (1-\sqrt{3})\hat{e}_y]e^{i[\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t]}$$

d)

e) Como a propagação sempre será ao longo de $+\hat{e}_z$, $\langle \vec{S} \rangle = \frac{c\epsilon_0}{2}|E^0|^2\hat{e}_z$, teremos

$$\langle \vec{S} \rangle_x = \frac{c\epsilon_0}{2}\left[\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right]^2\hat{e}_z \quad \langle \vec{S} \rangle_y = \frac{c\epsilon_0}{2}\left[\frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right]^2\hat{e}_z$$

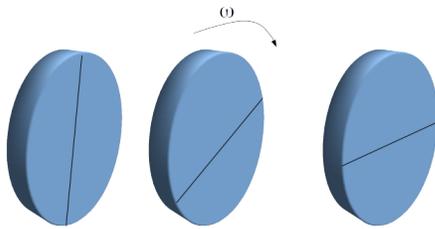
$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{c\epsilon_0}{2}\left[\frac{(1+\sqrt{3})^2 + (1-\sqrt{3})^2}{2\sqrt{2}}\right]\hat{e}_z = \sqrt{2}c\epsilon_0\hat{e}_z$$

Como não há defasagem entre as componentes, $\langle \vec{S} \rangle = \langle \vec{S} \rangle_x + \langle \vec{S} \rangle_y$.

Questão 3. Um polarizador linear gira com velocidade angular ω entre dois polarizadores cruzados idênticos

fixos. Mostre que a irradiância emergente será $I = \frac{I_0}{8}(1 - \cos 4\omega t)$ sendo I_0 a irradiância que emerge do primeiro polarizador. [3.5 pontos]

Resolução:



O campo elétrico depois do primeiro polarizador vale E_0 . Ao passar pelo polarizador rotatório será $E_0 \sin(\omega t)$. Finalmente, ao sair do último polarizador, será $E_0 \sin(\omega t) \cos(\omega t)$. A irradiância será

$$I = \frac{c\epsilon_0}{2}E_0^2 \sin^2(\omega t) \cos^2(\omega t)$$

Usando as identidades $\sin(2a) = 2\sin(a)\cos(a)$; $\sin^2(a) = \frac{1 - \cos(2a)}{2}$ tem-se

$$I = \frac{c\epsilon_0}{8}E_0^2 [\sin(2\omega t)]^2 = \frac{c\epsilon_0}{8}E_0^2 \left[\frac{1 - \cos(4\omega t)}{2}\right] = \frac{I_0}{8}[1 - \cos(4\omega t)]$$

onde $I_0 = \frac{c\epsilon_0}{2}E_0^2$