PROVA 2 – ÓPTICA Matutino (1.2018)
Prof. Herculano Martinho

Questão1. A amplitude do campo elétrico associado a uma onda luminosa é $E_z = E_0 \cos\left[\pi 10^5 \left(t - \frac{x}{0,65c}\right)\right]$ no interior de um vidro. Detemine: a) a frequencia da luz; b) o seu comprimento de onda; c) o índice de refração do vidro; d) a densidade de energia da onda. [2.0 pontos]

Resolução:

O campo elétrico associado à onda eletromagnética é dada por $E = E_0 \cos(\omega t - kx)$.

Identificando os termos, teremos:

frequencia angular $\omega = \pi\, 10^5 rad.s^{-1} \rightarrow \nu = \omega/2\pi = 50\, kHz$ (a)

vetor de onda $k = 2\pi/\lambda_n = \pi\, 10^5/0,65c \rightarrow \lambda_n = 1,3010^{-5} c$ (b)

comprimento de onda $\lambda_0/\lambda_n = n/n_0$,

como $\lambda_0 = c/\nu \rightarrow n = cn_0/\nu\lambda_n \rightarrow n = \frac{c}{5.10^4 1,30.10^{-5} c} = \frac{1}{0,65} = \frac{20}{13} = 1,53$ (c)

onda propaga-se ao longo do sentido positivo do eixo x, polarizada linearmente ao longo do eixo z (d)

A densidade de energia será dada por $u = \epsilon_0 E^2 = E_0{}^2 \cos^2[\pi\, 10^5 (t - \frac{x}{0,65c})]$ (d)

Questão 2. Considere uma fonte luminosa pontual e isótropa no vácuo, emitindo em todas as direções ondas esféricas. Aplicando o princípio de conservação de energia, mostre que a amplitude das ondas varia com o inverso da distância. [2.5 pontos]

Resolução:

O fluxo de energia das ondas emitidas é dado pelo vetor de Poynting $S=\frac{energia}{area\times tempo}$.

A energia em cada instante de tempo é então $\frac{energia}{tempo}=S\times area$.

Como $S\propto|E|^2$ e a area da esfera vale $area=4\pi r^2$, $\frac{energia}{tempo}\propto|E|^2\times r^2$.

Sabendo que a energia se conserva em cada instante de tempo, $\frac{energia}{tempo}=constante$.

Assim,

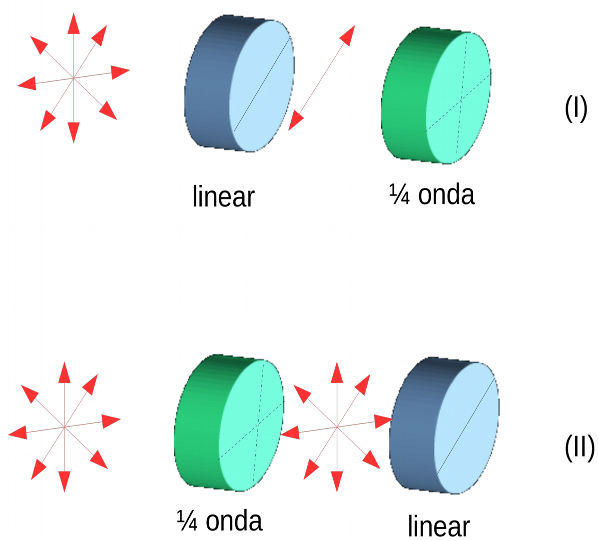
$$|E|^2\propto\frac{1}{r^2}\rightarrow|E|\propto\frac{1}{r}$$

Questão 3. Suponha que é dado à você um polarizador linear e uma placa de ¼-de-onda, sem nenhuma identificação. Como você pode determinar quem são os componentes ópticos assumindo que tem apenas uma fonte de luz natural a disposição? [2.5 pontos]

Resolução:

A solução para o problema envolve diferenciar as duas situações indicadas na figura abaixo. A ordem de posicionamento dos componentes irá originar efeitos distintos.

Ao posicionar o polarizador linear entre a fonte não polarizada e a placa ¼-de-onde (situação I), observa-se uma variação na intensidade transmitida a depender da orientação relativa do eixo polarizador, principalmente quando este eixo é paralelo ao eixo rápido ou lento da placa ¼ de onda. Ao posicionar a plata ¼ de onda primeiro (situação II), nenhum efeito é observado.



Questão 4. Considere as ondas eletromagnéticas

$$\vec{E}_1 = \hat{e}_x E_0 e^{i(kz-\omega t)}; \vec{B}_1 = \hat{e}_y \frac{E_0}{c} e^{i(kz-\omega t)}$$

$$\vec{E}_2 = (\hat{e}_x + \hat{e}_y) E_0 e^{i(kz-\omega t+\alpha)}; \vec{B}_2 = (\hat{e}_x - \hat{e}_y) \frac{E_0}{c} e^{i(kz-\omega t+\alpha)}$$

a) Calcule a média temporal do vetor de Poynting para a superposição das ondas, comparando os valores obtidos para as ondas separadamente.

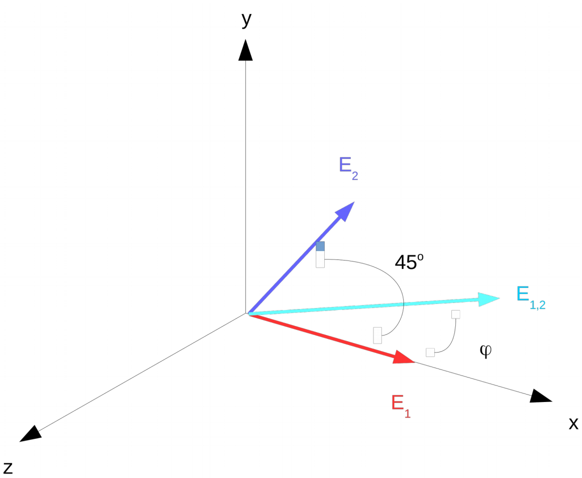
b) Discuta os estados de polarização da onda resultante para $\alpha = 0; \pi ; \pi/2$. [3.0 pontos]

Resolução:

a) $\vec{E}_{1,2} = \{(1 + e^{i\alpha})\hat{e}_x + e^{i\alpha}\hat{e}_y\} E_0 e^{i(kz-\omega t)}$; $\vec{B}_{1,2} = \{(1 - e^{i\alpha})\hat{e}_y + e^{i\alpha}\hat{e}_x\} \frac{E_0}{c} e^{i(kz-\omega t)}$

$$\langle \vec{S}_{1,2} \rangle = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c}\{1 + 2\cos(\alpha)\}\hat{e}_z$$

$$\langle \vec{S}_1 \rangle = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c}\hat{e}_z \ ; \ \langle \vec{S}_2 \rangle = \frac{-E_0^2}{\mu_0 c}\hat{e}_z$$



Pode-se perceber que

$$\langle \vec{S}_{1,2} \rangle = \langle \vec{S}_1 \rangle - \langle \vec{S}_2 \rangle \cos(\alpha)$$

Ao observar o diagrama é claro que a onda 2 está polarizada linearmente numa orientação girada de 45 graus em relação à onda 1. A depender da defasagem entre as ondas, dado por α, pode-se ter a soma direta dos vetores de Poynting das ondas 1 e 2. A polarização da onda resultante $\boldsymbol{E_{1,2}}$ *é dada pelo ângulo φ e calculada por*

$$tg(\varphi) = \frac{(\Re[E_{1,2}])_y}{(\Re[E_{1,2}])_x} = \frac{\cos(\alpha)}{1 + \cos(\alpha)}$$

$\alpha=0$, $\varphi = \mathrm{arctg}(1/2) = 26{,}6^{\circ}$

$\alpha=\pi$, $\varphi=90^{\circ}$; $\rightarrow$

$\alpha=\pi/2$, $\varphi=0^{\circ}$; $\rightarrow$